АРОЕВ ДИЛШОД ДАВРОНОВИЧ,
МАМАДАЛИЕВА ХОСИЯТХОН
БОТИРЖОН ҚИЗИ

СОНЛИ СИСТЕМАЛАР КУРСИДАН МИСОЛ ВА МАСАЛАЛАР

ТОШКЕНТ

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ХАЛҚ ТАЪЛИМИ ВАЗИРЛИГИ
МУҚИМИЙ НОМИДАГИ ҚЎҚОН ДАВЛАТ ПЕДАГОГИКА ИНСТИТУТИ

Д.Д.АРОЕВ, Х.Б.МАМАДАЛИЕВА

СОНЛИ СИСТЕМАЛАР КУРСИДАН МИСОЛ ВА МАСАЛАЛАР

(ўқув-услубий қўлланма)

ТОШКЕНТ – 2014

УЎК: 336.71:657.01
КБК 22.151.1
А-79

А-79 **Ароев Дилшод Давронович, Мамадалиева Хосиятхон Ботиржон қизи. Сонли системалар курсидан мисол ва масалалар. –Т.: «Fan va texnologiya», 2014, 40 бет.**

ISBN 978–9943–4500–5–9

Ушбу қўлланмада асосий сонли системаларнинг аксиоматик қурилиши, хоссалари, уларнинг бир-бири билан боғлиқлиги, шунингдек, сонли системалар кенгайтмаларини қандай ва қанчалик даражада кенгайтириш масалалари ўрганилади. Шунинг учун ушбу қўлланмадан математика, математика ўқитиш методикаси таълим йўналиши талабалари, умумий ўрта таълим ўқитувчилари ҳамда сонли системалар соҳасидаги билимларини янада чуқурлаштириш ва мустаҳкамлаштирмоқчи бўлган ҳар бир илм эгаси фойдаланиши мумкин.

УЎК: 336.71:657.01
КБК 22.151.1

Масъул мухаррир:
Мансуров

Тақризчилар:
Ш. Солиев – ф.м.ф.н. доц.;
Х. Жумақулов – ф.м.ф.н.

Ўқув-услубий қўлланма Қўқон ДПИ ўқув-услубий кенгашида муҳокама қилинган ва чоп этишга тавсия этилган.

ISBN 978–9943–4500–5–9

КИРИШ

Умумий ўрта таълим синфларида натурал, бутун, рационал ва ҳақиқий сонлар конструктив равишда ўрганилади. Шунинг учун ҳам, бу сонлар ўртасида киритилган амаллар қаноатлантирадиган жуда кўп асосий хоссалар қоида сифатида исботсиз қабул қилинади. Ҳудди шунингдек, академик лицей ва касб – ҳунар коллежларида коплекс сонлар системаси ҳам конструктив усулда ўрганилади.

Бирор фан ёки унинг бир қисмини асосли равишда ўрганиш учун қандайдир бошланғич тушунчалар мажмуи ва бирор аксиомалар тизимидан фойдаланиш зарур. Фанни ўрганишнинг бундай усулини аксиоматик усул дейилади.

Сонли системалар курсида асосий сонли системаларнинг аксиоматик қурилиши, хоссалари, уларнинг бир-бири билан боғлиқлиги ўрганилади. Юқорида санаб ўтилган сонли системаларнинг ҳар бири олдингисининг кенгайтмаси сифатида аниқланади. Бу курсда асосий сонли системалар ўртасидаги мавжуд бошқа сонли системалар, шунингдек, сонли системалар кенгайтмаларини қандай ва қанчалик даражада кенгайтириш масалалари ўрганилади.

Ушбу қўлланмада “Сонли системалар” курси дастури асосида ҳар бир мавзуга оид асосий таъриф ва тушунчалар билан биргаликда шу мавзуга мос мисол ва масалаларни ечиш намуналари келтирилган. Шунингдек, ҳар бир мавзу охирида шу мавзуни янада чуқурроқ ўзлаштиришга қаратилган мустақил шуғулланиш учун мисол ва масалалар берилган.

Ушбу қўлланма математика ўқитиш методикаси таълим йўналиши талабалари, умумий ўрта таълим ўқитувчилари учун мўлжалланган бўлсада, ундан сонли системалар соҳасидаги билимларини янада чуқурлаштириш ва мустаҳкамлаштирмоқчи бўлган ҳар бир илм эгаси фойдаланиши мумкин.

1-§. Тўпламларнинг декарт кўпайтмаси. Муносабатлар. Эквивалентлик ва тартиб муносабати.

Асосий тушунчалар.

A ва B тўпламларнинг элементлари орқали қурилган барча (a,b) кўринишдаги (бу ерда $a \in A,\ b \in B$) тартибланган жуфтликлар тўплами A ва B тўпламнинг декард кўпайтмаси дейилади ва уни $A \times B$ кўринишда белгиланади, яъни

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times A$ декарт кўпайтманинг ихтиёрий қисм тўплами ρ ни А тўпламда берилган муносабат дейилади. Агар $(a,b) \in \rho \subset A \times A$ бўлса, уни қисқача $a\rho b$ кўринишда ҳам белгиланади.

Агар A тўпламда ρмуносабат берилган бўлиб:

а) $\forall a \in A$ элемент учун $a\rho a$ бажарилса, у ҳолда ρ рефлексив;

б) агар $a\rho b$ шартни қаноатлантирувчи ҳар қандай $a,b \in A$ элементлар учун $b\rho a$ шарт ҳам бажарилса, у ҳолда ρ ни симметрик;

в) агар $a\rho b$ ва $b\rho c$ шартларни қаноатлантирувчи ҳар қандай $a,b,c \in A$ элементлар учун $a\rho c$ шарт ҳам бажарилса, у ҳолда ρ ни транзитив;

г) рефлексив, симметрик, транзитив муносабатларни эквивалентлик;

д)рефлексив, антисимметрик, транзитив муносабатларни тартиб муносабати;

е) агарρ A тўпламдаги тартиб муносабати бўлиб, A тўпламнинг ҳар қандай иккита элементи a, b учун $a\rho b$ ёки $b\rho a$ шартлардан ақалли биттаси албатта бажарилса, у ҳолда ρ ни A тўпламда чизиқли тартиб муносабати дейилади.

Агар ρ муносабатA тўпламдаги эквивалентлик муносабати бўлса, A тўпламдаги a элемент билан ρ муносабатда бўлган A тўпламнинг барча элементлари тўпламини $[a]$ кўринишда белгиланади ва уни ρ муносабат бўйича a элемент билан ҳосил қилинган эквивалентлик синфи дейилади. Эквивалентлик муносабати ρбўйича ҳосил қилинган барча эквивалентлик синфлари тўпламиниA тўпламнинг ρ муносабат бўйича фактор тўплами дейиладива уни A/ρ кўринишда белгиланади.

Мисоллар: $A=\{1,2,3,4,5\}$ тўплам берилган.

а) A тўпламда шундай ρ эквивалентлик муносабатини аниқлангки, бу муносабат(1,5) ва (2,3) элементларни ўз ичига олувчи энг кичик эквивалентлик муносабати бўлсин (яъни ρ юқоридаги шартларниқаноатлантирувчиэнгкичикқисмтўплам).

б) A/ρ фактор тўпламни қуринг.

Ечиш: Масала шартига кўраρ={(1,5),(2,3),…}бўлиб ρ муносабат рефлексив бўлиши учун унинг таркибига *(a,a); $a\in A$* кўринишдаги барча жуфтликлар кириши керак, яъни ρ={(1,5),(2,3), (1,1),(2,2), (3,3),(4,4),(5,5),…}(ρ муносабатни аниқлашдаги кўп нуқта, ρ муносабатга кирувчи тартибланган жуфтликларни тўлиқ кўрсатилмаганлигини, яна бошқа жуфтликлар ҳам киритилиши мумкинлигини кўрсатади).

ρ симметрик муносабат бўлиши учун эса (5,1) ва (3,2) жуфтликлар ҳам ρ га тегишли бўлиши керак. Демак,

$$\rho=\{(1,5),(2,3), (1,1),(2,2), (3,3),(4,4),(5,5),(5,1),(3,2)\}$$

Қурилган ρ муносабатга тегишли бўлган 9 та тартибланган жуфтликлардан ташкил қилинган тўплам транзитивлик шартини ҳам қаноатлантиради. Шундай қилиб, изланаётган эквивалентлик муносабати ρ фақатгина юқоридаги 9 та элементлардан ташкил топган бўлади.

в) ρ={(1,5),(2,3), (1,1),(2,2), (3,3),(4,4),(5,5),(5,1),(3,2)} эквивалентилик муносабати бўйича барча эквивалентлик синфларини қурамиз. Улар қуйидагилардир

[1]={1,5}, [2]={2,3}Демак, A/ρ={[1],[2],[4]}, [4]={4}

1.2. A={1,2,3,4,5} тўпламда шундай ρ тартиб муносабатни аниқлангки, у (1,5) ва (2,3) элементларни ўз ичига олсин ва чизиқли тартиб муносабати бўлсин.

Ечиш: Берилган масала шартидан ρ={(1,5),(2,3),…} кўринишда бўлади.ρмуносабат рефлексив бўлиши учун эса ҳар қандай $a\in A$ учун $(a;a)\in\rho$ шарт бажарилиши керак. Демак,

$$\rho=\{(1,5),(2,3), (1,1),(2,2), (3,3),(4,4),(5,5),\ldots\}$$

кўринишда бўлади. Бу муносабат кўрсатилган элементлардангина иборат бўлса, у антисимметрик ҳам бўлади, чунки $(a;b)\in\rho$ ва $(b;a)\in\rho$ шартларни қаноатлантирувчи ҳар хил $a,b\in A$ элементлар мавжуд эмас. Худди шунингдек, бу муносабат транзитивлик шартини ҳам бажаради, яъни ρ тартиб муносабати бўлади. Лекин бу тартиб муносабати чизиқли бўлмайди, чунки ҳар қандай $a,b\in A$ элементлар учун ёки $(a;b)\in\rho$ ёки$(b;a)\in\rho$ шартлардан бири албатта бажарилиши керак. Масалан,$3,4\in A$, бўлиб, $(3;4)\in\rho$ёки $(4;3)\in\rho$

муносабатлардан бирортаси ҳам ўринли эмас. Демак, ρ муносабат чизиқли тартиб муносабат бўлиши учун, унинг таркибига (1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5) элементлар ҳам киради. Шундай қилиб,

ρ={(1,5),(2,3),(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(2,5),(3, 4),(3,5), (4,5)…}

Бу ерда ρ муносабат фақат кўрсатилган 15 та жуфтликлардангина иборат бўлса, у ҳолда ρ чизиқли тартиб муносабати бўлишини текшириш мумкин. Қўшилган тартибланган жуфтликларни олиш билан унинг антисимметриклик ва транзитивлик шартларини ҳам бажарилишини кўрсатиш мумкин. Масалан, (1,3) жуфтлик ўрнига (3,1) жуфтликни олиш мумкин эмас, чунки $(1,3)\in\rho, (1,2)\in\rho$ шартларни транзитивлик шартига асосан $(3,2)\in\rho$ бажарилиши келиб чиқади. Иккинчи томондан, $(2,3)\in\rho$ шарт ўринли. Охирги иккита муносабатнинг бажарилиши ρ нинг антисимметрик бўлишига зид бўлади.

1.3. *A* ва*B* тўпламлар қандай шартларни қаноатлантирганда $A\times B=B\times A$ тенглик ўринли бўлади?

1.4. Қуйидаги муносабатлар учун рефлексивлик, симметриклик, транзитивлик, антисимметриклик шартлари бажарилиши ёки бажарилмаслигини текширинг.

а) $\rho_1 = \{(n,k) \mid n,k \in Z,\ n^2 = k^2\}$

б) $\rho_2 = \{(x,y) \mid x,y \in R,\ x^3 = y^3\}$

в) $\rho_3 = \{(n,k) \mid n,k \in Z,\ n-k \geq 0\}$

г) $\rho_4 = \{(n,k) \mid n,k \in Z,\ n = k-1\}$

д) $\rho_5 = \{(n,k) \mid n,k \in Z,\ n \vdots k\}$

е) X={1,2,3,5,6,10,15,30} тўпламда $\rho_6 = \{(i,j) \mid i,j \in Z,\ i \vdots j\}$

ё) $M_2(Q)$-ҳамма 2-тартибли рационал элементли матрицалар тўпламида $\{(n,k) \mid n,k \in Z,\ n \vdots k\}$, $\rho_7 = \{(A,B) \mid A,B \in M_2(Q)\}$ (*A*матрицанинг ҳар бир элементи*B* матрицанинг мос элементидан катта эмас);

ж) $\rho_8 = \{(x,y) \mid x,y \in R,\ |x| = |y|\}$

1.5. Ҳар қандай тўпламда эквивалентлик ва тартиб муносабати бўладиган ягона муносабат аниқлаш мумкинлигини исботланг.

1.6 $\rho = \{(x,y) \mid x,y \in R,\ |x| = |y|\}$ муносабат эквивалентлик муносабати бўладими?